

Recalage de modèle éléments finis utilisant une fonction coût géométrique pour l'identification de paramètres matériau en dynamique transitoire.

C. TOUZEAU^{*,a}, B. MAGNAIN^a, B. EMILE^b, H. LAURENT^a, E. FLORENTIN^a

a. INSA Centre Val de Loire, Université d'Orléans, PRISME EA 4229 (INSA-CVL / PRISME)
INSA-CVL

b. INSA Centre Val de Loire, Université d'Orléans, PRISME EA 4229 (Université d'Orléans /
INSA-CVL - PRISME) Université d'Orléans

*. Intervenant, auteur correspondant : clement.touzeau@insa-cvl.fr

Résumé :

Pour identifier la valeur de paramètres matériaux, on réalise des essais normalisés sur des éprouvettes du matériau considéré. Dans ce travail, nous introduisons une nouvelle méthode numérique pour l'identification de paramètres de matériau hyper-élastique dans un cadre de dynamique transitoire.

Nous nous intéressons particulièrement aux méthodes d'identification basées sur des mesures de champs sans contact. Dans cette situation, on peut citer une technique très utilisée, la corrélation d'images numériques, qui permet l'obtention de champs de déplacement.

En utilisant une procédure basée sur un recalage de modèle par éléments finis (Finite Element Model Updating), on propose ici une nouvelle famille de fonctions coûts basées sur la géométrie uniquement. Notre objectif est d'éviter l'utilisation de la corrélation d'images numériques qui est nécessaire lorsque l'on utilise une fonction coût basée sur le déplacement. Le résultat des mesures expérimentales consiste en une succession d'images. Ainsi, la méthode introduite dans nos travaux ne repose que sur une méthode simple de segmentation d'images au lieu d'une technique de corrélation d'images numériques. Cet avantage est rendu possible par l'utilisation d'une nouvelle fonction coût basée sur des quantités géométriques.

Les performances de la méthode proposée pour des problèmes en dynamique transitoire où le flux d'information peut devenir très important, et où il est intéressant de n'extraire que l'information essentielle. Des exemples numériques basés sur des données synthétiques permettent de mesurer la précision et la robustesse de l'approche introduite.

Abstract :

Usually, in order to identify material parameters, standardized tests are performed on a sample of the considered material. In this work, we present a new numerical method for identifying hyper-elastic material parameters in the framework of transient dynamic.

We are interested in identification methods based on contactless full-field measurement. A widely use method is the Digital Image Correlation (DIC).

By using a Finite Element Model Updating (FEMU) method, we propose a new family of cost function based on geometry quantities only. It is important to understand that the DIC method is no longer necessary if based on geometry cost functions are used. Indeed, only a simple images segmentation is needed because the result of the experimental measures is consisting of a succession of images.

The quality of the proposed method is evaluated in transient dynamic where the flow of information can be very important. Numerical example based on synthetic data illustrate the accuracy and the robustness of the considered methods.

Mots clefs : Mécanique des structures – Recalage de modèle – Identification – Dynamique Transitoire – Segmentation d’Images.

1 Introduction

Les méthodes inverses permettent d’identifier les paramètres de matériaux, par exemple [14] dans le cas de l’élasticité. Ces méthodes nécessitent de l’information à l’intérieur du domaine ou sur son contour. Avec des instruments de mesure optique performants et l’accroissement des puissances de calcul, des méthodes de mesure sans contact sont apparues récemment. Une méthode largement utilisée est la Corrélation d’Images Numérique (CIN) [11]. Différentes méthodes utilisent des informations issues de ces mesures. Elles reposent sur le choix d’une fonction coût à minimiser comme Finite Elements Model Updating (FEMU) [9] ou, Constitutive Equation Gap Method (CEGM) [3], ou encore Equilibrium Gap Method (EGM) [4]. On trouve aussi des méthodes basées sur le choix d’un champ particulier, par exemple Virtual Field Method (VFM) [7], ou Reciprocity Gap Method (RGM) [8]. Une revue de ces méthodes est proposée dans le cas de l’élasticité dans [2], et le lien entre ces méthodes est démontré dans [13].

Nous nous intéressons dans ce travail à FEMU appliquée à la dynamique [12]. Nous proposons une nouvelle variante basée sur des quantités définies sur la géométrie. L’intérêt est alors de n’avoir besoin que d’une segmentation d’images [10] au lieu de la CIN qui présente certains défauts [1]. Ce choix est intéressant en dynamique lorsque le flux d’informations est trop grand.

Ce travail est conduit avec des données exclusivement synthétiques, ce qui permet d’évaluer la qualité de l’identification. Nous identifions le paramètre d’un matériau hyperélastique en dynamique transitoire avec prise en compte du contact. On illustre son intérêt sur un cas d’étude simple.

2 Position du problème

Comme présenté sur la Figure 1, nous étudions un disque (domaine Ω) de rayon $R = 2.5 \text{ cm}$, lancé avec une vitesse initiale $V_0 = 4.43 \text{ m.s}^{-1}$ contre un obstacle rigide. Le contact est supposé sans frottement. Les grandes transformations sont considérées et le matériau est isotrope, homogène et hyperélastique. Nous nous positionnons sur l’intervalle de temps $\tau = [0, t_f]$ avec $t_f = 4.0 \text{ ms}$.

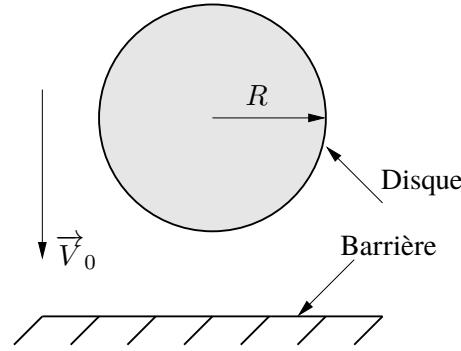


FIGURE 1 – Cas test

Le problème est défini par l'ensemble d'équations suivantes :

$$\text{Div} \mathbf{P} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad \text{sur} \quad \Omega \times \tau \quad (1)$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{N}_0 = \mathbf{0} \quad \text{sur} \quad \Gamma_\sigma \times \tau \quad (2)$$

$$d \geq 0 \quad r_n \geq 0 \quad \text{et} \quad d \cdot r_n = 0 \quad \text{sur} \quad \Gamma_c \quad (3)$$

$$\mathbf{P} = G \mathbf{F} \left[\sqrt{C_3} (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} - (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-2} \right] \quad \text{sur} \quad \Omega \quad (4)$$

où \mathbf{u} est le déplacement et \mathbf{P} est le premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff.

Nous avons également :

- $\ddot{\mathbf{u}}$ le vecteur accélération et $\rho = 700 \text{ kg.m}^{-3}$ dans l'équation (1),
- \mathbf{N}_0 la normale à $\partial\Omega$ dans la configuration initiale dans l'équation (2),
- l'équation (3) régit le contact unilatéral (condition de Signorini) où d est la distance entre les deux solides et r_n est la réaction de contact,
- le comportement du matériau est représenté par le modèle de Blatz-Ko dans l'équation (4). \mathbf{F} est le tenseur gradient de la transformation, $C_3 = \det(\mathbf{F}^T \mathbf{F})$ et $G = 0.5 \text{ MPa}$,
- Γ_c est une zone de contact et Γ_σ est la zone où les efforts externes (nuls) sont appliqués.

3 Finite Elements Model Updating

La méthode FEMU repose sur la minimisation d'une fonction coût faisant intervenir une mesure (\bullet^{mes}) et le résultat d'un calcul par la méthode des éléments finis (\bullet^{cal}). Dans le cas qui nous intéresse, nous l'écrivons :

$$G_{id} = \underset{G}{\text{argmin}} C(G) \quad (5)$$

où G_{id} est la valeur du paramètre identifiée et C est une fonction coût qui dépend de G .

Le travail présenté se démarque par le choix de la fonction coût utilisée qui repose sur une approche géométrique. Ce choix permet l'utilisation d'une méthode de segmentation d'images par seuillage global, moins complexe à mettre en oeuvre mais aussi moins coûteuse que la corrélation d'images.

Par la suite, le processus d'identification utilise les moments géométriques d'ordre n établis au point P du domaine Ω . Ces moments sont définis à partir de la mesure :

$$I_{n,P}^{mes}(t) = \int_{\Omega} \left(\mathbf{x}^{mes}(t) - \mathbf{x}_P^{mes}(t) \right)^n d\Omega \quad (6)$$

et à partir du calcul éléments finis :

$$I_{n,P}^{cal}(t, G) = \int_{\Omega} \left(\mathbf{x}^{cal}(t, G) - \mathbf{x}_P^{cal}(t, G) \right)^n d\Omega \quad (7)$$

Dans ce travail, nous nous intéressons à un ensemble de trois fonctions coûts :

$$C_0(G) = \int_0^{t_f} \left(I_0^{mes}(t) - I_0^{cal}(t, G) \right)^2 dt \quad (8)$$

$$C_{(2,G)}(G) = \int_0^{t_f} \left(I_{(2,G)}^{mes}(t) - I_{(2,G)}^{cal}(t, G) \right)^2 dt \quad (9)$$

$$C_{(2,0)}(G) = \int_0^{t_f} \left(I_{(2,0)}^{mes}(t) - I_{(2,0)}^{cal}(t, G) \right)^2 dt \quad (10)$$

où O est l'origine du repère global et G est le centre géométrique du disque.

Dans le but d'étudier l'impact du traitement d'image, nous générons nos mesures par deux méthodes différentes :

- Mes 1 : nous résolvons le problème numériquement par une méthode classique aux éléments finis en utilisant un maillage très fin ($N_{FE} = 41730$ éléments) combinée à un schéma d'intégration temporel implicite d'ordre 1 et un pas de temps $\Delta t = 10^{-7}$ s. Nous obtenons un champ de déplacement convergé. La solution convergée est obtenue avec $G_{ex} = 0.5$ MPa, valeur que nous chercherons à identifier par la suite. À partir de ce champ, les grandeurs utiles (surface, moments quadratique) sont calculées pour chaque pas de temps. Dans notre étude, nous utilisons $N_{mes} = 400$ points de mesure. Pour résoudre le problème du contact, nous utilisons la méthode du bi-potentiel appliquée à la dynamique [5].
- Mes 2 : en utilisant le logiciel GMSH [6], nous post-traitons la série de N_{mes} images. Cette séquence d'images digitales est alors segmentée afin d'obtenir l'évolution temporelle de données géométriques. Basée sur l'analyse de l'histogramme des niveaux de gris, une méthode de seuillage globale permet de convertir une image RGB (un pixel prend une valeur de 0 à 255) en une image binaire (un pixel prend les valeurs 0 ou 1).

Nos grandeurs calculées pour le processus d'identification sont obtenues en utilisant un maillage grossier ($N_{FE} = 658$ éléments) combiné à un schéma d'intégration temporel explicite aux différences centrées avec un pas de temps $\Delta t = 10^{-7}$ s. Nous obtenons un champ de déplacement calculé. À partir de ce champ, les grandeurs utiles (surfaces, moments quadratiques) pour chaque point de mesure ($N_{mes} = 400$) sont calculées sur la base du maillage éléments finis.

Enfin, une minimisation par dichotomie est opérée pour trouver le paramètre G permettant de minimiser la fonction coût utilisée.

4 Résultats de l'étude

Dans cette section, la qualité de l'approche géométrique est illustrée par des essais numériques. Sur la Figure 2, nous illustrons l'étape de segmentation d'images par seuillage globale utilisée pour obtenir

Mes 2. Le format d'images PNG est utilisé car c'est un format sans compression et donc sans perte d'information utile.



FIGURE 2 – Image synthétique (gauche) et segmentation associée (droite)

Nous présentons ensuite sur la Figure 3 l'évolution temporelle de la surface pour Mes1 et pour Mes2. Cette Figure montre clairement l'effet de la pixélisation et du traitement d'image associé sur la valeur de $I_0(t)$ trouvée.

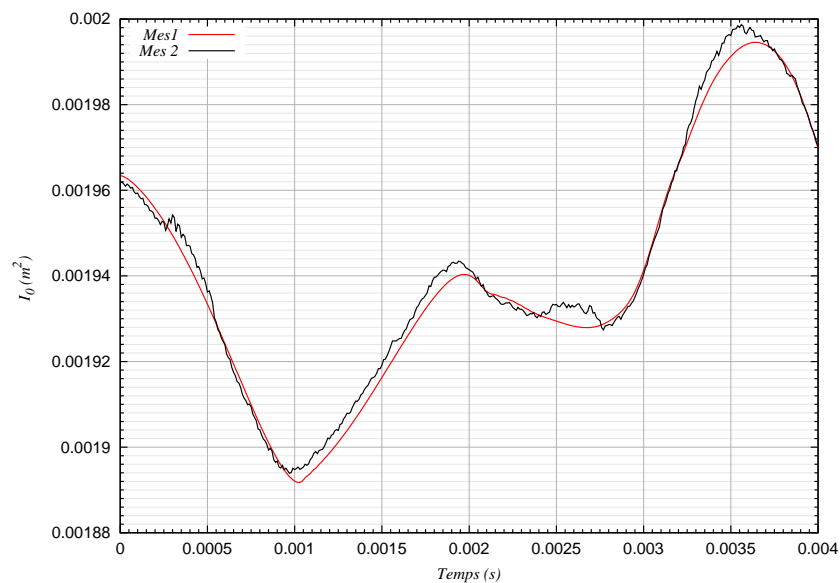
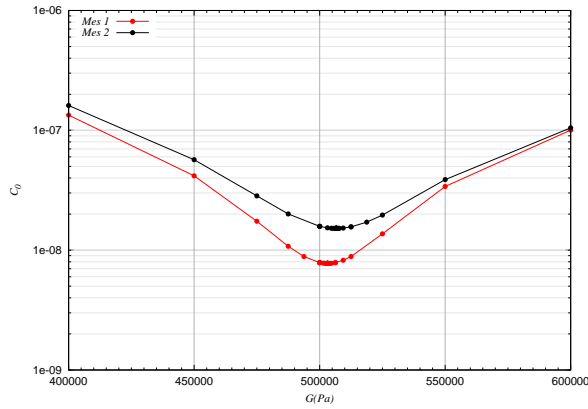
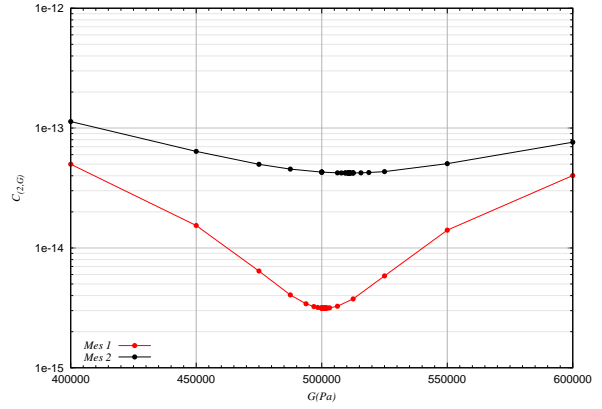
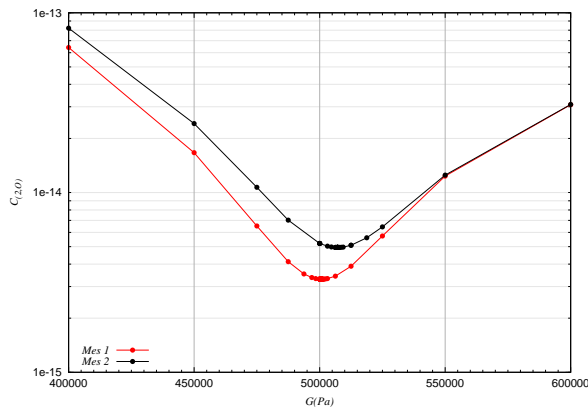


FIGURE 3 – $I_0(t)$ pour Mes 1 et Mes 2

Sur les Figures 4 à 6, la qualité du processus d'identification est ensuite illustrée pour les trois fonctions coût présentées et pour les deux jeux de mesures :

FIGURE 4 – $C_0(G)$ FIGURE 5 – $C_{(2,G)}(G)$ FIGURE 6 – $C_{(2,0)}(G)$

Pour conclure, nous définissons l'erreur relative en identification $e_G = |G - G_{id}|/G$. Le Tableau 1 montre les erreurs relatives obtenues pour les trois fonctions coût et pour les deux types de mesures.

	C_0	$C_{(2,0)}$	$C_{(2,G)}$
Mes1	0.63	0.16	0.26
Mes2	1.33	1.43	2.18

TABLE 1 – Erreurs e_G (%) obtenues pour Mes 1 et Mes 2

Les Figures 4, 5, 6 et la Table 1 illustrent la qualité de l'approche géométrique proposée par les auteurs.

5 Conclusion

Dans ce travail, une nouvelle méthode d'identification de paramètres de matériau est étudiée dans le contexte de la dynamique. On identifie le module de cisaillement d'un matériau homogène, isotrope et hyper-élastique.

La méthode FEMU implique la minimisation d'une fonction coût. Ce travail se démarque par le choix d'une approche géométrique. Ce choix permet l'utilisation de la segmentation d'images en lieu et place de la CIN pour obtenir les informations utiles à la construction de la fonction coût. C'est une méthode

assez simple à implémenter et peu consommatrice en temps de calcul. C'est un choix intéressant en dynamique surtout dans le cas d'une identification en temps réel.

Les résultats numériques illustrent l'intérêt de la méthode et montrent qu'elle semble adaptée aux cas simples envisagés dans ce travail. Dans les travaux en cours, nous montrons également par une approche stochastique que la méthode est robuste. Les différents challenges à venir peuvent être entre autres : la prise en compte de la plasticité, loi de comportement à plusieurs paramètres, hétérogénéité.

Références

- [1] Alfano M, Lubineau G, Paulino GH (2015) Global sensitivity analysis in the identification of cohesive models using full-field Kinematic data. *International Journal of Solids and Structures* 55 :66–78
- [2] Avril S, Bonnet M, Bretelle AS, Grédiac M, Hild F, Ienny P, Latourte F, Lemosse D, Pagano S, Pagnacco E, Pierron F (2008) Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics* 48(4) :381–402
- [3] Ben Azzouna M, Feissel P, Villon P (2015) Robust identification of elastic properties using the modified constitutive relation error. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 295 :196–218
- [4] Claire D, Hild F, Roux S (2002) Identification of damage fields using kinematic measurements. *Comptes Rendus Mécanique* 330(11) :729–734
- [5] Feng ZQ, Magnain B, Cros JM (2006) Solution of large deformation impact problems with friction between blatz-ko hyperelastic bodies. *International Journal of Engineering Science* 44 :113–126
- [6] Geuzaine C, Remacle JF (2009) Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79(11) :1309–1331
- [7] Grédiac M, Pierron F, Avril S, Toussaint E (2006) The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements : a review. *Strain* 42(4) :233–253
- [8] Ikehata M (1990) Inversion formulas for the linearized problem for an inverse boundary value problem in elastic prospection. *SIAM J Appl Math* 50(6) :1635–1644
- [9] Kavanagh KT, Clough RW (1971) Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures* 7(1) :11–23
- [10] Sezgin M, Sankur B (2004) Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation. *Journal of Electronic Imaging* 13(1) :146–168
- [11] Sutton M, Wolters W, Peters W, Ranson W, McNeil S (1983) Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing* 1(3) :133–139
- [12] Marwala T (2010) Finite-element-model updating using computational intelligence techniques : applications to structural dynamics. Chapter FInite-element-model updating using a bayesian approach, pages 183–201. Springer London, London.
- [13] Avril S, Pierron F (2007) General framework for the identification of constitutive parameters from full-field measurements in linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 44(14-15) :4978–5002
- [14] Bonnet M, Constantinescu A (2005) Inverse problems in elasticity. *Inverse Problems* 21(2) :R1